

Licence Sciences de la vie
Probabilités et statistiques

Examen du 4 septembre 2006

Les notes manuscrites et documents distribués en cours et en TD sont autorisés. Il est demandé de traiter au moins trois des exercices suivants.

Exercice 1. Dans une population, 30% des individus sont en faveur d'un mouvement politique. Mais quand on interroge les individus de cette population, 10% mentent et ce indépendamment de leur opinion. On interroge un individu pris au hasard:

1. calculer la probabilité que cet individu réponde qu'il est en faveur de ce mouvement politique;
2. calculer la probabilité que cet individu soit en effet en faveur de ce mouvement étant donné qu'il répond qu'il l'est.

Exercice 2. Une urne contient 7 jetons: trois jetons numérotés 0, trois jetons numérotés 1, un jeton numéroté 2. On tire successivement deux jetons sans remise. On note X la variable aléatoire égale à la valeur du premier jeton, et Y la variable aléatoire égale à la somme des valeurs des deux jetons.

1. Déterminer la loi conjointe de X et Y .
2. Déterminer la loi marginale, l'espérance et la variance de X et Y .
3. Les variables X et Y sont-elles indépendantes?
4. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire $Z := X + Y$.
5. Calculer les espérances conditionnelles $P(\{Y = 1\}/\{X = 1\})$ et $P(\{Z = 2\}/\{X = 1\})$.

Exercice 3. La distribution statistique suivante fournit la répartition d'un échantillon d'individus en fonction de leur taille X (exprimée en cm) et de leur poids Y (exprimé en kg).

Y	52 kg	60 kg	68 kg
X			
165 cm	14	6	3
170 cm	3	8	4
175 cm	0	5	7

1. Déterminer les distributions marginales des caractères X et Y .
2. Calculer les moyennes et les variances marginales des caractères X et Y .
3. Donner l'équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à X .
4. *Question facultative:* tester l'indépendance des caractères X et Y par le test du χ^2 (sachant qu'il y a 4 degrés de liberté).

Tourner la page.

Exercice 4. Les fourmis rouges du Haut Plateau du Katanga ont les yeux bleus, exceptées les albinos qui ont les yeux jaunes. Chaque fourmi a une chance sur cent d'être albinos. Un éléphant vient s'abreuver au lac et écrase 547 fourmis rouges. Soit X le nombre de fourmis aux yeux jaunes ayant succombé au pachyderme.

1. Décrire succinctement la loi de X .
2. Calculer l'espérance et la variance de X .
3. Calculer la probabilité que l'éléphant ait écrasé au moins 4 fourmis aux yeux jaunes.