

Licence Sciences de la vie
Probabilités et statistiques

Examen du 19 juin 2007

Les notes manuscrites et documents distribués en cours et en TD sont autorisés.
Il est demandé de traiter au moins trois des exercices suivants.

Exercice 1. Durant les années 1963 à 1978, on a mené une étude sur la température moyenne observée aux mois de février et de juin dans la ville de Sheffield. Dans la distribution statistique suivante, le caractère X représente la température observée en février, le caractère Y représente la température observée en juin, les effectifs indiqués sont ceux des années où ces températures ont été observées.

Y	$12^{\circ}C$	$13^{\circ}C$	$14^{\circ}C$	$15^{\circ}C$
X				
$0^{\circ}C$	0	0	1	1
$3^{\circ}C$	0	1	0	3
$4^{\circ}C$	2	0	1	2
$5^{\circ}C$	1	1	0	3

1. Déterminer les distributions marginales des caractères X et Y .
2. Calculer les moyennes et les variances marginales des caractères X et Y .
Que représente la moyenne de X ?
3. Donner l'équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à X .
Calculer le coefficient de corrélation de X et Y .
4. Tracer sur un même graphique le nuage de points du couple (X, Y) ainsi que la droite d'ajustement de Y par rapport à X calculée à la question précédente.

Exercice 2. On lance un dé équilibré. On note X la variable aléatoire qui donne la valeur obtenue, et Y la variable aléatoire qui vaut 1 si le chiffre obtenu est pair et 0 s'il est impair.

1. Déterminer la loi conjointe de X et Y .
2. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X .
3. Les variables X et Y sont-elles indépendantes?
4. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire $Z := X + Y$.
5. Calculer les espérances conditionnelles $P(\{Y = 1\}/\{X = 1\})$ et $P(\{Y = 1\}/\{Z = 5\})$.

Tourner la page.

Exercice 3. Une rivière comporte une population d'écrevisses. Un écologiste réalise une expérience en disposant tous les 20 mètres une nasse à écrevisses. Il en place ainsi 25 et les numérote de 1 à 25. Sachant que lorsqu'on relève une nasse dans cette rivière, il n'y a que 15% de chances qu'elle soit vide:

1. Déterminer l'espérance et la variance de la variable aléatoire X égale au nombre de nasses vides relevées par l'écologiste.
2. Déterminer la probabilité de relever exactement 3 nasses vides.

Exercice 4. On réalise une enquête sur le tabac dans un lycée en proposant le questionnaire suivant:

Lancez une pièce.

Si elle tombe sur *pile*, répondez à la question: "fumez-vous plus d'un paquet de cigarettes par jour ?".

Si elle tombe sur *face*, relancez la pièce et répondez à la question: "êtes-vous tombé sur *pile* au deuxième lancer ?".

La réponse est donnée en cochant l'une des cases *oui* ou *non* au bas du questionnaire, sans autre précision.

Lorsqu'un questionnaire porte la réponse *oui*, il est impossible à l'enquêteur de savoir s'il s'agit de la réponse à la première ou à la deuxième question: on suppose donc que grâce à ce procédé, les élèves répondent sans mentir.

Lors de l'enquête, on a recueilli 40% de *oui*.

1. En utilisant la formule des probabilités totales, écrire la probabilité d'obtenir la réponse *oui* au questionnaire en fonction de la proportion p d'élèves fumant plus d'un paquet par jour.
2. Dédurre de la question précédente la proportion p d'élèves fumant plus d'un paquet par jour.