

Licence Sciences de la vie
Probabilités et statistiques

Examen du 22 juin 2006

Les notes manuscrites et documents distribués en cours et en TD sont autorisés.
Il est demandé de traiter au moins trois des exercices suivants.

Exercice 1. Au cours d'une épidémie, 9 personnes sur 10 tombent malade. On admet que les personnes qui n'étaient pas vaccinées sont toutes tombées malades. Par contre seules 2 personnes vaccinées sur 3 sont tombées malades au cours de l'épidémie.

1. Calculer la probabilité d'avoir été vacciné contre la maladie.
2. Calculer la probabilité pour une personne d'avoir été vaccinée sachant qu'elle est tout de même tombée malade (*on admettra que la réponse à la question précédente est 0,3*).

Exercice 2. Une urne contient 6 jetons: deux jetons numérotés 0, trois jetons numérotés 1, un jeton numéroté 2. On tire successivement deux jetons sans remise. On note X la variable aléatoire égale à la valeur du premier jeton, et Y la variable aléatoire égale à la valeur du deuxième jeton.

1. Déterminer la loi conjointe de X et Y .
2. Déterminer la loi marginale, l'espérance et la variance de X et Y .
3. Les variables X et Y sont-elles indépendantes?
4. Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire $Z := X + Y$.
5. Calculer les espérances conditionnelles $P(\{Y = 0\}/\{X = 1\})$ et $P(\{Z = 2\}/\{X = 1\})$.

Exercice 3. La distribution statistique suivante fournit la répartition d'un échantillon d'individus en fonction de leur taille X (exprimée en *cm*) et de leur poids Y (exprimé en *kg*).

Y	52 <i>kg</i>	60 <i>kg</i>	68 <i>kg</i>
X			
165 <i>cm</i>	16	8	1
170 <i>cm</i>	1	10	4
175 <i>cm</i>	0	4	8

1. Déterminer les distributions marginales des caractères X et Y .
2. Calculer les moyennes et les variances marginales des caractères X et Y .
3. Donner l'équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à X .
4. *Question facultative:* tester l'indépendance des caractères X et Y par le test du χ^2 (sachant qu'il y a 4 degrés de liberté).

Tourner la page.

Exercice 4. Les fourmis rouges du Haut Plateau du Katanga ont les yeux bleus, exceptées les albinos qui ont les yeux jaunes. Chaque fourmi a une chance sur cent d'être albinos. Un éléphant vient s'abreuver au lac et écrase 453 fourmis rouges. Soit X le nombre de fourmis aux yeux jaunes ayant succombé au pachyderme.

1. Décrire succinctement la loi de X .
2. Calculer l'espérance et la variance de X .
3. Calculer la probabilité que l'éléphant ait écrasé au moins 4 fourmis aux yeux jaunes.