DEUG Sciences de la vie
2ème année
Module M46

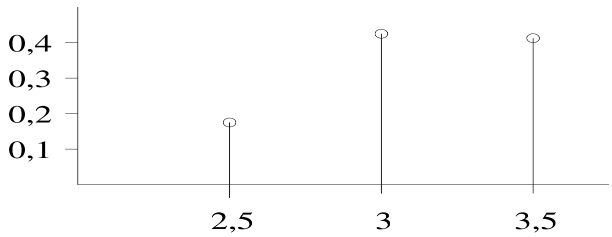
Corrigé de l'examen du 6 septembre 2004

Exercice 1

1. La distribution marginale du caractère X (ainsi que les fréquences cumulées croissantes) est donnée par

valeurs du caractère X (poids en kg)	effectifs	fréquences cumulées croissantes
$x_1 = 2{,}5$	17	$\frac{17}{100} = 0,17$
$x_2 = 3$	42	$\frac{59}{100} = 0,59$
$x_3 = 3{,}5$	41	$\frac{100}{100} = 1$

On obtient le diagramme en batons:



2. Le mode de cette distribution est $x_2 = 3$. La médiane Me est comprise entre $x_1 = 2,5$ et $x_2 = 3$, et est donnée par:

$$Me \;=\; 2,5 + \frac{0,5 - 0,17}{0,59 - 0,17}(3 - 2,5) \;\simeq\; 2,9.$$

3. La moyenne de cette distribution est $\overline{X} = 3,12$ (en kg).
La variance vaut environ $V(X) = 0,13$, l'écart-type est donc de l'ordre de $0,36$.

4. La distribution marginale du caractère Y est donnée par

valeurs du caractère Y (age en années)	effectifs
$y_1 = 20$	21
$y_2 = 25$	40
$y_3 = 30$	39

La moyenne de cette distribution est $\overline{Y} = 25,9$ (en années).

5. La droite de régression linéaire de Y par rapport à X a pour équation $y = \alpha x + \beta$, où α et β sont donnés par

$$\alpha \;=\; \frac{cov(X,Y)}{V(X)} \qquad et \qquad \beta \;=\; \overline{Y} - \alpha\overline{X}.$$

Or on trouve $cov(X,Y) \simeq 0,79$, ce qui donne $\alpha \simeq 6,1$ et $\beta \simeq 6,9$, donc l'équation de la droite de régression linéaire de Y par rapport à X est $y = 6,1x + 6,9$.

Exercice 2

1. La loi de X est:

- $P(X=-2) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$ (on tire un jeton "perdant" puis un autre);
- $P(X=-1) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{4}{7}$ (on tire un jeton "perdant" puis un jeton "gagnant", ou l'inverse);
- $P(X=+6) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$ (on tire un jeton "gagnant" puis un autre).

2. L'espérance de X est $E(X) = -\frac{2}{7} \simeq -0,3$.
La variance de X est $V(X) = \frac{332}{49} \simeq 6,8$; son écart-type est $\sigma(X) \simeq 2,6$.
3. L'espérance de gain étant négative (le gain est de moins trente centimes d'euros par jeu), on n'a pas intérêt à jouer.

Exercice 3

1. On note U_1 l'évènement *l'urne choisie est* U_1 et A l'évènement *tirer deux boules de la même couleur.*

Comme on suppose dans cette question qu'on a choisi l'urne U_1, la probabilité recherchée est $P(A \mid U_1)$. Tirer deux boules de même couleur dans l'urne U_1 correspond aux deux cas possibles: *tirer deux boules rouges* ou *tirer deux boules vertes.* La probabilité demandée est donc

$$P(A \mid U_1) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{5} = 0,4.$$

2. On remarque que l'évènement $nonU_1$ correspond à *l'urne choisie est* U_2, et que la seule manière de tirer deux boules de même couleur de l'urne U_2 est de tirer deux boules vertes.

La probabilité demandée est $P(U_1 \mid A)$, qui est, d'après la formule de Bayes,

$$\begin{aligned} P(U_1 \mid A) &= \frac{P(A \mid U_1)P(U_1)}{P(A \mid U_1)P(U_1) + P(A \mid nonU_1)P(nonU_1)} \\ &= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{2}}{\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{5} = 0,4. \end{aligned}$$