

Calculatrices et tous documents interdits.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (Logique (3 points)). On effectue une expérience chimique pour laquelle on peut seulement faire varier la température ou ajouter un catalyseur. On connaît le principe suivant :

Si on augmente la température de 10 degrés et si on n'ajoute pas de catalyseur alors la réaction va deux fois plus vite que normalement.

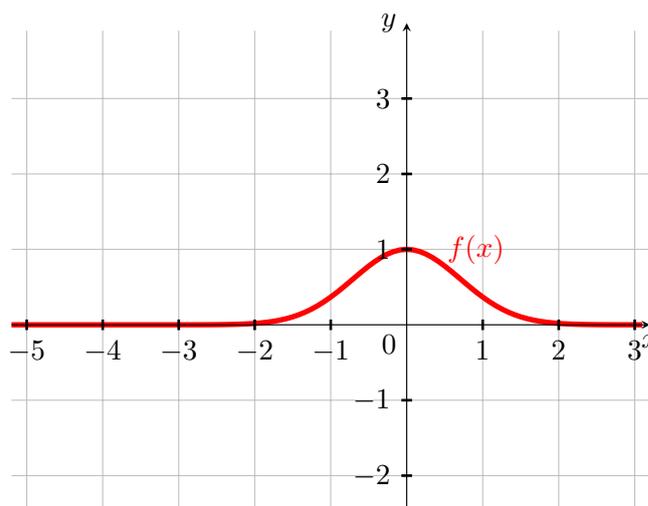
- (1) Écrire la contraposée du principe ci-dessus, c'est-à-dire compléter la phrase "Si la réaction ne va pas deux fois plus vite que normalement alors...".
- (2) On observe que la température a augmenté de 10 degrés et que la réaction va 3 fois plus vite que normalement, que peut-on en déduire ? *Justifier en moins de 5 lignes*
- (3) On observe que la réaction va 2 fois plus vite que normalement, peut-on en déduire quelque chose sur la variation de température ? *Justifier en moins de 5 lignes*

Exercice 2 (Tracés de courbes (3 points)). On considère la fonction gaussienne

$$f: x \mapsto f(x) = e^{-x^2}.$$

Tracer à main levée, dans le repère ci-contre, les courbes représentatives des fonctions :

- (1) $x \mapsto -f(x)$,
- (2) $x \mapsto f(x) + 2$,
- (3) $x \mapsto f(x + 3)$,
- (4) $x \mapsto f(2x) - 2$.



Exercice 3 (Étude d'une fonction (8 points)). Soit f la fonction d'une variable réelle définie par

$$f(x) = \frac{e^x}{1+x}$$

- (1) Donner le domaine de définition de la fonction f et calculer les limites en ses extrémités.
- (2) Calculer la dérivée f' de f . Vérifier que la dérivée seconde est $f''(x) = \frac{e^x(1+x^2)}{(1+x)^3}$.
- (3) La fonction f a-t-elle un point d'inflexion sur son domaine de définition ? Déterminer les intervalles où f est convexe et ceux où f est concave.
- (4) Étudier le signe de la dérivée f' , et donner le tableau de variations de f . Indiquer si f atteint un minimum ou un maximum local sur son domaine de définition.
- (5) La courbe représentative de f admet-elle une droite asymptote en $-\infty$? Si oui, écrire son équation.

- (6) La courbe représentative de f admet-elle une droite asymptote en $+\infty$? *Justifier la réponse.*
- (7) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en $x = 1$. En déduire pour quelle valeur elle croise l'axe des abscisses. Même question avec la tangente en $x = 2$.
- (8) Tracer la courbe représentative de f ainsi que ses tangentes en $x = 1$ et $x = 2$.



Exercice 4 (Équation différentielle ordinaire (3 points)).

- (1) Quelles sont les solutions sur \mathbb{R} de l'équation différentielle $y'(x) = -3y(x)$?
- (2) Calculer une primitive de la fonction $x \mapsto xe^{2x}$.
- (3) Quelles sont les solutions de l'équation différentielle $y'(x) = -3y(x) + xe^{-x}$?

On traitera au choix l'un des deux exercices suivants

Exercice 5 (Au choix 1 : Nombres complexes (3 points)). Racines carrées et forme trigonométrique d'un nombre complexe :

- (1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$z^2 = -2 + 2\sqrt{3}i.$$
- (2) Donner le module de z et l'argument principal de z .
- (3) Écrire chacune de ces deux solutions sous forme trigonométrique.

Exercice 6 (Au choix 2 : Étude de suite (3 points)). Soit a et b deux nombres réels, on considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = a, \\ u_{n+1} = 3u_n + b \quad \text{pour tout } n \geq 0. \end{cases}$$

- (1) Rappeler la définition d'une suite géométrique.
- (2) Pour tout $n \geq 0$ on pose $v_n = u_n + \frac{b}{2}$. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n et en déduire que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison q , dont on précisera la valeur.
- (3) En déduire l'expression $u_n = (a + \frac{b}{2})q^n - \frac{b}{2}$ pour tout n .
- (4) Quelles valeurs faut-il prendre pour a et b afin que $u_1 = 0$ et $u_2 = 1$?