**ECUE Compétences - préparation concours SV**
*a*nnée 2017 - 2018

# Préparation aux développements limités

**Exercice 1.** Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$\frac{\cos(x)}{1-\sin(x)} \quad ; \quad \cos(-2x+1) \quad ; \quad \frac{x}{\sin(2x)} \quad ; \quad \ln(x^2+1) \quad ; \quad e^{x^2-3} \quad ; \quad 2xe^{\cos(x)}$$

$$\sqrt{\cos(x)+2} \quad ; \quad x\cos(5x) \quad ; \quad \left(1-\frac{x}{7}\right)^7 \quad ; \quad \sin(x^2) \quad ; \quad \sin\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$$

**Exercice 2.** Dériver trois fois les fonctions, c'est-à-dire calculer la dérivée, puis la dérviée seconde, puis la dérivée troisième (dérivée de la dérivée seconde) :

$$e^x \quad ; \quad ln(x) \quad ; \quad \sqrt{x} \quad ; \quad x \mapsto \sin(x) - sin(x^2)$$

# Préparation à la diagonalisation des matrices

**Exercice 3.**

1. On suppose $y_1$, $y_2$ et $y_3$ connus. Donner un système permettant de calculer les nombres $x_1$, $x_2$ et $x_3$ en fonction des nombres $y_1$, $y_2$ et $y_3$ en utilisant la méthode du pivot de Gauss :

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3 & = y_1 \\ -x_1-x_2-x_3 & = y_2 \\ x_1 & = y_3 \end{cases}$$

2. Ecrire le résultat précédent sous forme matricielle : écrire le système ci-dessus sous la forme $M\,X = Y$ où $M$ est une matrice $3\times 3$ (élément de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$), $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ et $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$, et le résultat trouvé sous la forme $X = A\,Y$ où $A$ est une matrice $3\times 3$.
3. En appliquant la méthode du pivot de Gauss, trouver les solutions du système suivant (il y en a une infinité !) :

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3 & = x_1 \\ -x_1-x_2-x_3 & = x_2 \\ x_1 & = x_3 \end{cases}$$

4. En appliquant la méthode du pivot de Gauss, trouver les solutions du système suivant (il y en a une infinité !) :

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3 & = -x_1 \\ -x_1-x_2-x_3 & = -x_2 \\ x_1 & = -x_3 \end{cases}$$