Révisions de géométrie :
courbes paramétrées du plan,
utilisation de géogébra pour illustrer les études de courbes.

1 Le programme sur ce sujet :

11 Géométrie différentielle
Les notions qui suivent doivent être illustrées par des exemples.
11.1 Courbes paramétrées en dimension 2 et 3
étude locale d'une courbe paramétrée du plan. Changement birégulier de paramètre. Tangente, concavité, forme d'un arc au voisinage d'un point régulier ou singulier. Construction d'une courbe en coordonnées polaires. étude locale d'une courbe paramétrée de l'espace. Plan osculateur.
11.2 Propriétés métriques des courbes
Longueur d'un arc paramétré de classe C1. Abscisse curviligne. En dimension 2, repère de Frenet. Courbure, centre de courbure, cercle osculateur.
11.3 Modélisation géométrique
Polynômes de Bernstein et courbes de Bézier (définies par points de contrôle ou par un algorithme).

2 Références

Pour géogébra :
- l'aide en ligne est complète, il n'y a pas d'ouvrage en français référencé, sur géogébra sur le net (j'en ai trouvée espagnol et en polonais !) . Il faudra donc faire avec ses connaissances propres...

Pour les courbes :
- Trois ouvrages de la bibliothèques d'agreg (http ://agrint.agreg.org/biblio.html) semblent être consacrés aux courbes, toutes les collections de prépas et les tout-en-un abordent le sujet correctement.

3 Travail proposé

A travers les exemples suivants nous réviserons les méthodes d'étude d'une courbe paramétrée, en coordonnées cartésiennes et en cordonnées polaires. Nous verrons comment construire des illustrations à visée pédagogique avec géogébra.

Exemples proposés :

Exemple n°1 : avec branches infinies : $\begin{cases} x(t) = t + \dfrac{1}{t} \\ \\ y(t) = t^2 + \dfrac{2}{t} \end{cases}$

Exemple n°2 : avec symétries, recherche de points multiples (courbe de lissajou $(2, 3)$) : $\begin{cases} x(t) = \sin(2t) \\ \\ y(t) = \cos(3t) \end{cases}$

Exemple n°3 : Courbe polaire : $\rho(\theta) = \dfrac{1}{\cos(3\theta)}$

Exemple n°4 : Modélisation (problème de la bielle) : A parcours un cercle C et de rayon R, B est sur la droites Δ à une distance fixe L de A. Et I est le milieu du segment $[AB]$. Trajectoire de I ? Extension à tout point de $[AB]$, puis à tout point de (AB). On notera $d = d(C, \Delta)$, on supposera que $d \ll R \ll L$.
Sur géogébra on prendra $d = 1$, $R = 10$ et $L = 100$