Sujet de TER – M1

La Géométrie Riemannienne

La géométrie intrinsèque des surfaces plongées dans $\mathbb{R}^3$ a été abordée dans le cours de géométrie différentielle du 1er semestre. Héritage des travaux de Gauss, elle est basée sur la 1ère forme fondamentale et la notion de dérivée covariante qui lui est associée. Bien que Gauss lui-même aie compris les implications profondes de son approche pour la structure logique de la géométrie et l'étude des géométries non-euclidiennes il ne poursuivi pas ses travaux dans cette direction et c'est Riemann qui, quelques années après Gauss, jeta les bases de ce que l'on appelle aujourd'hui la géométrie riemannienne. Cette dernière trouve des applications importantes dans de nombreux domaines des mathématiques et de la physique. Je vous propose de vous familiariser avec cette théorie en étudiant ses fondements. Plus précisément, les objectifs de ce projet tutoré sont :

1. Une recherche bibliographique (BU et internet) sur la géométrie riemannienne et ses applications.
2. La rédaction d'un document LaTeX à caractère pédagogique (support de cours en français ou en anglais) présentant les fondements de la théorie ainsi que quelques exemples :
   - variété différentiable et espace tangent ;
   - métrique riemannienne et connexion ;
   - courbure et géodésiques ;
   - variétés à courbure constante, espaces hyperboliques, ...

Ce sujet pourra faire l'objet d'une suite sous la forme d'un sujet de M2 qui serait proposé l'an prochain et qui porterait sur les applications de la géométrie riemannienne en statistique.