Forme optimale d'une poutre en torsion

G. Bouchitté

Le but du stage est d' étudier le problème de minimisation :

$$inf \left\{ \int_{\Omega} f(|\nabla u|) - \int_{\Omega} u \, d\mu : \; u \in H_0^1(\Omega) \right\}$$

où Ω est un ouvert borné de R^N , μ une mesure donnée sur $\overline{\Omega}$ et f est la fonction convexe sur R donnée par$f(t) = |t|$ si $|t| \leq 1$ et $f(t) = \frac{t^2+1}{2}$ si $|t| \geq 1$. Une des questions intéressantes est l'unicité de la solution et l'existence d'une solution u telle que $|\nabla u| \in \{0\} \cup [1, +\infty[$. Ce problème apparait lorsqu'on étudie la forme optimale d'une poutre en torsion.

Dans un premier temps il s'agira de calculer des solutions explicites en dimension $N = 1$ et de trouver des conditions sur μ permettant de répondre aux questions ci-dessus. Ensuite on étudiera le cas où Ω est une boule de R^N et on étudiera l'existence de solutions radiales. Enfin il s'agira d'étudier le problème dans le cas général (conditions d'optimalité, régularité, stabilité) en s'aidant de notes de cours et de papiers récents.