

L'exercice.

Lors d'une campagne électorale deux listes A et B s'affrontent lors de joutes oratoires quotidiennes. Chaque jour de campagne on interroge un électeur pris au hasard et on définit les évènements suivants :

- A_n : l'électeur est favorable à la liste A au n -ième jour de campagne ;
- B_n : l'électeur est favorable à la liste B au n -ième jour de campagne ;

On note p_n et q_n les probabilités des évènements A_n et B_n et on admet que chaque électeur ne se détermine que pour les listes A et B .

Les arguments des uns et des autres sont si convaincants et les électeurs si indécis qu'à l'issue de chaque jour de campagne 20% des électeurs favorables à la liste A et 30% des électeurs favorables à la liste B changent d'avis pour le jour suivant.

1. On suppose que le premier jour de campagne 10% de la population est favorable à la liste A .
Calculer les valeurs p_4 et q_4 .
2. Calculer p_{n+1} en fonction de p_n et q_n .
Vérifier $p_{n+1} = 0,5 p_n + 0,3$.
3. On veut conjecturer la liste gagnante.
 - (a) Déterminer une valeur de x telle que la suite $u_n = p_n - x$ soit géométrique.
 - (b) En déduire la limite de la suite p_n . Conclure.

Le travail à exposer au jury.

- A quel niveau de la scolarité peut-on proposer un tel exercice?
- Indiquer les méthodes et les savoirs mis en jeu dans l'exercice.
- Proposer une autre rédaction de la question 3 faisant intervenir un raisonnement par récurrence.
- Proposer plusieurs exercices sur le thème "Probabilités conditionnelles".