

1 Moyenne et Médiane

Soit $(x_i)_{i=1}^N$ une série statistique ordonnée: $x_1 < x_2 < \dots < x_N$.

1. Montrer que la moyenne est le nombre réel qui minimise l'écart quadratique moyen:

$$f(\bar{x}) = \min_{\mathbb{R}} f(x) \text{ avec } f(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x - x_i)^2.$$

2. Interpréter la variance de $(x_i)_{i=1}^N$ par rapport à f .
3. Montrer que la médiane est le nombre réel qui minimise l'écart absolu moyen:

$$g(\text{Médiane}) = \min_{\mathbb{R}} g(x) \text{ avec } g(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x - x_i|.$$

4. Interpréter le nombre $g(\text{Médiane})$ que l'on comparera à l'écart type.
5. Pourquoi ne minimise t'on pas l'écart algébrique moyen?

2 échantillon représentatif?

On sait que le poids d'une variété d'animaux de 1 an d'un certain élevage suit une loi de Gauss de moyenne 80 kg et d'écart-type 12 kg. On dispose d'un échantillon de 16 animaux dont la moyenne des poids est 73.5 kg. Doit on rejeter l'hypothèse que l'échantillon est représentatif de l'élevage au risque $\varepsilon = 0.05$? et au risque $\varepsilon = 0.01$?

3 Les gélinottes huppées

Afin d'étudier la structure de la population des gélinottes huppées abattues par les chasseurs, Réginald Ouellet, du service de la faune du Québec, a entrepris une recherche sur le dimorphisme sexuel de cette espèce. Parmi les variables mesurées figure la longueur de la rectrice centrale (plume de la queue). Les résultats obtenus en mm sur un échantillon de 50 mâles juvéniles apparaissent sur le tableau suivant:

153	165	160	150	159	151	163
160	158	149	154	153	163	140
158	150	158	155	163	159	157
162	160	152	164	158	153	162
166	162	165	157	174	158	171
162	155	156	159	162	152	158
164	164	162	158	153	171	164
158						

1. Chercher l'étendue de cette série statistique à une variable.
2. Regrouper par classe de 5mm la série précédente
3. Calculer sa moyenne: \bar{x} , son écart-type \bar{s}_x
4. Représenter ces données avec un diagramme en baton ou un histogramme.
5. Calculer la médiane.
6. Calculer le mode.
7. Donner un intervalle de confiance de la longueur moyenne pour un coefficient de risque de 1%.
8. On a aussi mesuré la longueur de la rectrice centrale sur un échantillon de 67 femelles juvéniles. On a trouvé $\bar{y} = 134.46mm$, son écart-type $\bar{s}_y = 5.09mm$. Les moyennes des deux échantillons diffèrent-elles de manière significative? (seuil de risque 1%).

4 Résultats au C.A.P.E.S.

Voici des résultats sur une épreuve écrite du C.A.P.E.S:

Nombres de copies non nulle: 7490

Note \geq	18	16	14	12	10	8	6	4	2
Nombre	23	95	224	534	1011	1947	3664	5500	6902

1. Calculer la moyenne, la médiane et l'écart-type de cette série statistique.
2. Sachant que 2500 candidats ont été admissibles, estimez la note du dernier admissible: ν_0 .
3. Combien y-a-t'il de candidats qui ont une note de $\nu_0 \pm 0.1$, $\nu_0 \pm 0.5$, $\nu_0 \pm 1$.

5 Pommes

Pour étudier la variation du poids des pommes au cours de la récolte, on a prélevé deux échantillons, l'un au début de la récolte (taille: 100, moyenne:120g, écart-type:20g), l'autre à la fin (taille: 150, moyenne:150g, écart-type:10g). La différence entre les poids moyens à ces deux époques de la récolte est-elle significative? On effectuera un test unilatéral puis un test bilatéral (risque 1%) selon que l'on pense ou non que le poids des pommes ne peut qu'augmenter au cours de la récolte.