ECUE Compétences - préparation concours SV
*a*nnée 2017 - 2018

Diagonalisation des matrices et algèbre linéaire suite

Exercice 1. Dans cet exercice, on étudie la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -6 & -5 \end{bmatrix}$$

1. Calculer le déterminant de A.
2. La matrice A est-elle inversible ?
3. Calculer le polynôme caractéristique de A, c'est-à-dire le déterminant

$$det(A - XI) = \begin{vmatrix} 4-X & -2 & -3 \\ 0 & 2-X & 0 \\ 6 & -6 & -5-X \end{vmatrix}$$

4. En déduire les valeurs propres de A (il faut trouver les racines du polynôme caractéristique).
5. Pour chaque valeur propre λ trouvée, résoudre le système $AX = \lambda X$ où $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$,

   c'est-à-dire :

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 & = \lambda x_1 \\ \quad 2x_2 & = \lambda x_2 \\ 6x_1 - 6x_2 - 5x_3 & = \lambda x_3 \end{cases}$$

6. Calculer AE_1, AE_2 et AE_3 pour

$$E_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad E_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} .$$

Un peu de probabilités

Exercice 2. Lois usuelles discrètes et quelques calculs.

1. On suppose que X suit la loi de Bernoulli de paramètre $p \in]0, 1[$. Ecrire la loi de X.
2. Rappeler l'espérance et la variance de X.
3. On définit la variable aléatoire $Y = 2X - 1$. Ecrire la loi de Y.
4. Calculer l'espérance et la variance de Y.
5. On suppose que Z suit la loi binomiale de paramètres n et $p \in]0, 1[$. Ecrire la loi de Z.
6. Rappeler l'espérance et la variance de Z.