

**Analyse Numérique - TP 3**  
**L2 MATHÉMATIQUES, 2016-2017**

---

L'objet de ce TP est l'utilisation des formules de quadratures pour le calcul d'intégrales et de primitives, puis la résolution d'équations différentielles ordinaires.

---

Dans le répertoire TP-AN-2016 de votre espace de travail, enregistrez le fichier `tp3-1617.py` depuis le site <http://champion.univ-tln.fr/>

en suivant les liens **Enseignement** puis **Analyse Numérique de semestre 3**.

Vous transmettez votre rapport par courriel à l'adresse `champion@univ-tln.fr` sous la forme : `tp3-VOTRENOM.pdf`.

**Exercice 1.**

- (1) Utiliser la fonction `trapeze_composite` pour calculer les intégrales suivantes :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx \quad \text{et} \quad \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx.$$

en décomposant l'intervalle en 10, 50, 100 et 1000. Évaluer l'exactitude des résultats (la deuxième intégrale vaut  $\frac{\pi}{4}$ ). Sont-ils cohérents avec le résultat du cours ? *On rappelle que l'erreur doit être inférieure à  $\frac{(b-a)^3}{12n^2} \max_{[a,b]} |f''|$ .*

- (2) Reprendre la question précédente en programmant cette fois la méthode de Cavalieri-Simpson composite. On rappelle que sur l'intervalle  $[a, b]$  la formule de Cavalieri-Simpson s'écrit :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} \left( f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right).$$

Les résultats sont-ils cohérents avec ceux du cours ? *Rappel : l'erreur doit être inférieure à  $\frac{(b-a)^5}{2880n^4} \max_{[a,b]} |f^{(4)}|$ .*

- (3) Tracer sur un même graphique les courbes de la fonction  $x \mapsto \int_1^x \frac{1}{t} dt$  sur l'intervalle  $[0, 1; 5]$  pour les deux méthodes précédentes en utilisant une décomposition de chaque intervalle en 20.

**Exercice 2.**

- (1) A l'aide de la fonction `euler_progressif`, résoudre l'équation différentielle  $y' = y$  sur l'intervalle  $[0, 2]$ , en supposant  $y(0) = 1$ , pour différentes valeurs du paramètre  $n$  : 10, 50, 100.
- (2) À partir de quelle valeur de  $n$  la solution calculée donne-t-elle  $y(1)$  à  $10^{-3}$  près ? On pourra supposer  $n$  pair.
- (3) Reprendre les deux questions précédentes avec le schéma d'Euler modifié, pour lequel on utilise la formule :

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + hf \left( t_n + \frac{h}{2}, y(t_n) + \frac{h}{2} f(t_n, y(t_n)) \right) \quad \text{où} \quad h = \frac{b-a}{n}.$$

- (4) Tracer, avec les deux schémas numériques ci-dessus, la solution de l'équation différentielle  $y' = \frac{y}{2(t+1)}$  et  $y(0) = 1$  sur l'intervalle  $[0, 8]$ .