

Lundi

matinée

- 8h45-9h30 **Enea Parini**, Un problème isopérimétrique lié à l'inégalité de Cheeger. *L'inégalité de Cheeger, montrée au début des années '70, affirme que*

$$J(\Omega) := \frac{\lambda_1(\Omega)}{h_1(\Omega)^2} \geq \frac{1}{4}.$$

Ici $\lambda_1(\Omega)$ est la première valeur propre du laplacien avec conditions de Dirichlet, et $h_1(\Omega)$ est la constante de Cheeger, définie à partir de quantités géométriques simples telles que le périmètre et le volume. Néanmoins, des exemples concrets (boule, polygones...) suggèrent que l'inégalité n'est pas du tout "sharp". On essaie donc de minimiser la fonctionnelle J parmi les domaines plans convexes, en étudiant ses propriétés et en établissant des conditions nécessaires auxquelles le minimiseur doit satisfaire. Ceci est un travail en cours avec Lorenzo Brasco (LATP).

- 9h35-10h20 **Sébastien Minjeaud**, Un schéma volumes finis de type cinétique pour un modèle multifluide.

Je présenterai un schéma pour l'approximation d'un modèle multifluide (une phase dispersée interagit avec une phase dense) constitué d'un couplage entre les équations d'Euler (avec une loi d'état de type 'close-packing') qui régissent l'évolution de la phase dispersée et celles de Navier-Stokes pour décrire l'évolution du fluide (phase dense). Le couplage s'effectue via des termes de friction ainsi que par une contrainte imposant que la somme des fractions volumiques des deux phases reste égale à 1. La discrétisation en espace repose sur une méthode volumes finis de type cinétique sur grille décalée et la discrétisation en temps sur une méthode de projection (permettant le traitement de la contrainte).

- 10h20-10h45 **Pause**

- 10h45-11h30 **Didier Jesslé**, Existence de solutions faibles, entropie relative et unicité forte-faible pour le système de Navier-Stokes-Fourier en domaine non borné.

On étudie le système de Navier-Stokes-Fourier pour les fluides compressibles visqueux avec conduction de la chaleur sur une large variété de domaines non bornés et pour des conditions de bord d'adhérence ou de Navier. On met en place une définition de solutions faibles spécialement adaptée au problème en domaine non borné, puis l'on introduit la notion de solutions dissipatives qui satisfont en outre une inégalité dite d'entropie relative. On montre l'existence de ces deux types de solutions faibles pour des forces potentielles pouvant être non bornées à l'infini. On montre enfin que les solutions dissipatives respectent le principe d'unicité forte-faible quand la force potentielle disparaît à l'infini.

- 11h35-12h20 **Olivier Delestre**, Vers la simulation du ruissellement de surface.

Nous nous intéressons à la simulation des écoulements de surface et plus particulièrement à la simulation du ruissellement d'eau de pluie sur des surfaces agricoles. Ces phénomènes sont modélisés à l'aide du système de Saint-Venant. Avec ce type d'écoulement, nous devons faire face à plusieurs difficultés : calculer des hauteurs d'eau positives au niveau des transitions sec/mouillé, capturer et préserver les états d'équilibre stationnaires et obtenir des résultats stables pour des hauteurs d'eau très minces. Nous avons développé FullSWOF (Full Shallow Water equations for Overland Flows) un logiciel libre basé sur un schéma aux volumes finis avec reconstruction hydro-

statique pour le traitement numérique du terme source de topographie. Cette méthode équilibre est adaptée à toutes les difficultés numériques évoquées précédemment. Ce logiciel a été validé sur des solutions analytiques, des données expérimentales ainsi que des données de terrain.

soirée

- 20h30-21h30 **Julia Charrier** Méthodes numériques pour les EDP à coefficients aléatoires : une introduction.

Dans cet exposé on s'intéressera au problème de la propagation des incertitudes, i.e. à des méthodes numériques pour des EDP à coefficients aléatoires. Dans un cadre simple, on verra un petit panorama des méthodes utilisées pour ce type de problèmes, en dégagant deux grandes idées : les méthodes de type Monte Carlo (méthode de Monte Carlo, méthode de quasi-Monte Carlo, méthode de Monte Carlo multi-niveaux...) et les méthodes "déterministes" qui ramènent le problème à la résolution d'EDP paramétrées en grande dimension (méthode de Galerkin stochastique, méthode de collocation stochastiques, méthode de bases réduites, méthode de projection aléatoire...). On verra que ces dernières sont en fait des méthodes d'approximation polynômiale de la solution (par rapport au paramètre aléatoire) et que leur convergence très rapide repose fondamentalement sur le caractère analytique de la dépendance de la solution en les paramètres (aléatoires), mais cette convergence dépend en général lourdement de la dimension.

Mardi

matinée

- 8h45-9h30 **Magali Ribot**, Etude numérique de modèles hyperboliques pour le chimiotactisme.

Nous commencerons cet exposé par le cas d'un modèle simplifié hyperbolique de chimiotactisme en dimension 1 sur un intervalle borné. Pour ce système, nous présentons une nouvelle classe de schémas aux différences finies pour contre-balancer l'effet du terme source, ainsi qu'une discrétisation appropriée des conditions aux bords. Nous observons des phénomènes d'explosion non attendus. Ensuite, nous décrirons l'étude numérique d'un modèle hyperbolique quasi-linéaire avec termes inertiels et pression non linéaire, en soulignant les différences de comportement par rapport au modèle parabolique associé. Finalement, une extension au cas de systèmes sur un réseau est proposée afin de modéliser le mouvement des fibroblastes sur un "scaffold" artificiel pendant la cicatrisation de blessures.

- 9h35-10h20 **Mehmet Ersoy**, Un modèle à deux couches pour la prise en compte de l'entraînement d'air en conduites fermées.

Dans ce travail, on dérive un modèle pour la prise en compte de l'entraînement d'air en conduites fermées dans le contexte des écoulements en couche mince. Le système à quatre équations (2+2 par couche) obtenu est conditionnellement hyperbolique. On propose alors un schéma numérique cinétique pour résoudre numériquement ce système en régime hyperbolique et non hyperbolique.

- 10h20-10h45 **Pause**

- 10h45-11h30 **Franck Sueur**, Sur les solutions faibles de Landau-Lifshitz.

Dans cet exposé, j'évoquerai les équations de Landau-Lifshitz, qui régissent l'évolution du moment magnétique dans un matériau ferromagnétique. Un résultat de 1991 d'Alouges et Soyeur montre l'existence, globale en temps, et la non-unicité de solutions faibles. Dans un travail en collaboration avec Eric Dumas (Institut Fourier) nous avons montré que s'il existe une solution forte, toute solution faible avec la même donnée initiale coïncide avec cette solution forte. Nous excluons aussi la possibilité d'une dissipation anormale des solutions faibles sous des hypothèses de régularité qui peuvent être mises en parallèle, du point de vue de l'analyse dimensionnelle, avec les conditions de régularité de la conjecture d'Onsager en hydrodynamique.

- 11h35-12h20 **Jacques Schneider**, Modèles de relaxations pour le(s) equation(s) de Boltzmann.

On rappelle dans un premier temps l'équation de Boltzmann et ses principales propriétés - invariants collisionnels, théorème H, limite hydrodynamique. On aborde ensuite le problème de minimisation d'entropie sous contraintes des moments d'une fonction intégrables et positive (non nulle) (Junk 2000, Schneider 2004) pour construire une hiérarchie de modèles de relaxation basée sur l'équation de Boltzmann (Schneider 2004). Ces modèles n'étant valable que pour un certain type de potentiel d'interaction (molécules Maxwelliennes), on en propose une version linéarisée en introduisant la notion de coefficients de relaxation associés à des moments "orthogonaux" aux invariants de collisions. La minimisation de l'entropie sous contraintes des lois de conservation et des relaxations permet de construire des modèles qui généralisent le célèbre modèle BGK. On retrouve d'abord grâce à cette méthode de construction des modèles déjà connus dans la littérature : les modèles ESGK pour les molécules monoatomiques et polyatomiques (Brull-J.Schneider 2008-2009). La méthode est ensuite généralisée au cas des gaz à plusieurs espèces. En partant des équations de Navier-Stokes issues de la thermodynamique des processus irréversibles Groot-Mazur 2000, on construit un modèle de relaxation permettant de retrouver à la limite hydrodynamique une partie de la matrice de Onsager (Brull-Pavan-Schneider 2012).

soirée

- 20h30-21h30 **Didier Clamond**, Direct Simulation of Surface Gravity Waves.

For the simulation of fully nonlinear surface gravity waves, a fast, accurate and robust numerical scheme is presented. The method is based on a boundary integral formulation of the irrotational Euler equations, rewritten in a convenient form, together with a pseudo-spectral spatial scheme and a high-order temporal one. Various applications are presented.

Mercredi

matinée

- 8h45-9h30 **Thomas Auphan**, Méthodes de pénalisation pour la fusion par confinement magnétique.

La réaction de fusion par confinement magnétique est généralement réalisée dans une machine appelée tokamak dont la forme ressemble à un tore. La paroi du tokamak n'est cependant pas simple et comporte des obstacles comme le limiteur. Pour prendre en compte la géométrie des obstacles

dans un domaine originel de forme complexe, un des choix possibles consiste à utiliser les méthodes de type domaine fictif. Dans cet exposé on s'intéressera à une des méthodes de domaine fictif parmi les plus simples : la méthode de pénalisation volumique. Cette méthode consiste à étendre les équations en dehors du domaine originel en ajoutant des termes de pénalisation de manière à bien approcher les conditions aux limites au bord du domaine originel. On se propose ici d'étudier les propriétés de ces méthodes au travers d'exemples de problèmes hyperboliques ou elliptiques non linéaires utilisés pour la modélisation de plasma de bord dans un tokamak.

- 9h35-12h20 **Robert Eymard**, Titre : TP or not TP, è the question.

Les méthodes numériques basées sur les flux à deux points présentent l'avantage de donner des schémas monotones sur grilles particulières. Les schémas gradients donnent des schémas convergents sur grilles générales, mais généralement sans contrôle de la monotonie. Le cas de la simulation des écoulements en milieu poreux illustre les conséquences d'un tel choix numérique.

- 10h20-10h45 **Pause**

- 10h45-11h30 **Ilaria Lucardesi**, Dérivées de forme pour minima de fonctionnelles intégrales.

Étant donné un ouvert borné $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ avec bord $\partial\Omega$ Lipschitzien, nous considérons les fonctionnelles de forme du type

$$J(\Omega) := \inf \left\{ \int_{\Omega} [f(\nabla u) + g(u)] dx : u \in W_0^{1,p}(\Omega) \right\} .$$

Sous des hypothèses très faibles sur les intégrandes f et g , nous démontrons que, lorsque on considère une famille à un paramètre de domaines obtenus comme déformations de Ω avec vitesse initiale $V \in C^1(\mathbb{R}^n; \mathbb{R}^n)$, la dérivée de forme de J en Ω dans la direction V existe. De plus, en supposant suffisamment de régularité sur les données, on obtient que la dérivée de forme peut être écrit comme un integral sur le bord, qui dépend de façon linéaire de la composante normale de V sur $\partial\Omega$. L'approche que nous adoptons est nouvelle et est basée sur l'usage conjoint de l'Analyse convexe et de Gamma-convergence. Ainsi que la dérivée de forme, cette approche conduit à découvrir une nouvelle condition d'optimalité pour les solutions au problème $J(\Omega)$.

- 11h35-12h20 **Audric Drogoul**, Calcul du gradient topologique pour une équation utilisant une régularisation du p-laplacien et application au traitement d'image.

On s'intéresse dans un premier temps au calcul du gradient topologique dans le cas d'une équation uniformément elliptique à coefficients constants par morceaux. Dans une seconde partie on étudie le problème pour une forme régularisée du p-laplacien en introduisant une suite de problèmes quadratiques dont la solution converge fortement dans $W^{1,p}$ vers la solution du problème de départ. On en déduit le gradient topologique pour la forme régularisée du p-laplacien et on discute de l'application du modèle à la détection de contours en traitement d'image.