

1 Le programme

La continuité est traitée dans le cadre général de la topologie. (Partie 10)

Pour le calcul différentiel :

12 Calcul différentiel

Les fonctions considérées dans cette section sont définies sur un ouvert de R^n à valeurs dans R^p .

12.1 Fonctions différentiables

Dérivée selon un vecteur. Développement limité à l'ordre 1. Différentiabilité en un point. Interprétation géométrique (plan tangent à une surface). Matrice jacobienne, déterminant jacobien. Différentielle d'une fonction composée. Inégalité des accroissements finis sur un ouvert convexe (admise).

Une fonction f définie sur un ouvert Ω est dite de classe \mathcal{C}^1 si l'application qui à tout point a de Ω fait correspondre la différentielle de f en a est continue. Théorème : pour qu'une fonction soit de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert Ω , il faut et il suffit qu'elle admette des dérivées partielles continues sur Ω .

Composition des fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Inégalité des accroissements finis pour une fonction de classe \mathcal{C}^1 . Caractérisation des constantes parmi les fonctions de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert connexe. Applications de classe \mathcal{C}^k . Théorème de Schwarz pour les fonctions de classe \mathcal{C}^2 .

Gradient d'une fonction numérique de classe \mathcal{C}^1 . Formule de Taylor-Young pour une fonction de classe \mathcal{C}^2 . Extremums locaux d'une fonction de classe \mathcal{C}^2 de deux variables en un point où $r^2 - s^2 \neq 0$. Exemples de problèmes d'extremums issus de la géométrie. Difféomorphismes. Théorèmes (admis) d'inversion locale et des fonctions implicites. Application à la caractérisation des \mathcal{C}^k -difféomorphismes parmi les fonctions injectives de classe \mathcal{C}^k .

2 Leçons d'analyse :

- 216 : Théorèmes des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles. Applications.
- 227 : Fonctions de plusieurs variables : dérivées partielles, différentiabilité. Fonctions composées. Fonctions de classe \mathcal{C}^1 . Exemples.
- 228 : Recherche d'extremums pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 243 : Différentiabilité d'une fonction numérique de deux variables réelles, gradient ; applications.

3 Exemples et exercices d'analyse et probabilités :

- 415 : Exemples d'applications du théorème des accroissements finis et de l'inégalité des accroissements finis pour une fonction d'une ou plusieurs variables réelles.
- 418 : Exemples d'utilisation de développements limités de fonctions d'une ou plusieurs variables..
- 426 : Exemples et applications de calculs d'intégrales multiples.
- 431 : Exemples de recherche d'extremums d'une fonction numérique d'une ou plusieurs variables réelles.